

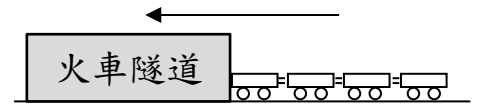
臺南市 111 年公私立國民中學數學競賽九年級試題

作答說明：

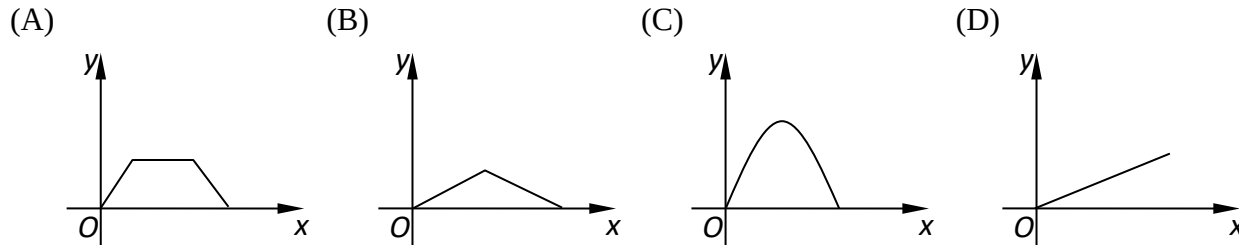
1. 本試卷題目共三頁，有選擇題(單選)、填充題及非選擇題，總計 20 題，總分 100 分。
2. 請將答案填寫在答案卷中。
3. 非選擇題需包含完整的推論過程，只有答案將不予計分。
4. 本試卷圖形非依實際比例繪製，僅供參考。

一、選擇題 (每題 3 分，共 18 分)

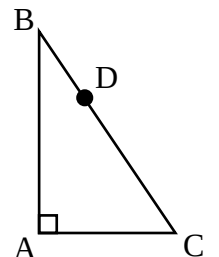
1. 如右圖(一)，台鐵火車以相等的速率通過隧道，已知隧道長度「大於」台鐵火車全長，若火車進入隧道的時間為 x 、台鐵火車在隧道內的長度為 y ，則下列哪個選項最有可能是 x 與 y 之關係圖？



圖(一)



2. 設 x 、 y 、 z 均為正整數，且 $6^x \times 8^y \times 9^z = 2^8 \times 3^7$ ，則 $x+2y+z$ 的值為何？
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
3. 若方程式 $(x^2 - x - 1)^{x+10} = 1$ 的整數解為 a 、 b 、 c 、 d ，則 $a+b+c+d=$ ？
(A) 7 (B) 0 (C) -3 (D) -9
4. 已知 a 為正整數且 $s = 2a^2 - 11a + 12$ ，其中 s 為正整數且 s 的正因數恰有兩個，則所有符合題意 a 值總和為多少？
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 11
5. 若 $x \neq y$ ，兩數列 x, a_1, a_2, a_3, a_4, y 與 $b_1, y, b_2, b_3, b_4, x, b_5$ 均為等差數列，則 $\frac{a_4 - a_2}{b_2 - b_1} =$ ？
(A) -1 (B) $-\frac{4}{5}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) 1
6. 如圖(二)， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， D 點為 $\overline{BC}$ 上異於 B 、 C 兩點的一點。若小祥過 D 點作直線截 $\triangle ABC$ ，使得截出來的三角形與 $\triangle ABC$ 相似，則滿足上述條件的直線共有幾條？
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



圖(二)

二、填充題 (每題 5 分，共 50 分)

1. 若規定 $a \circ b = (a+1)(1-b)$ ，其中 a 、 b 為實數，請求出所有滿足 $(a \circ a) \circ (a+1) = (a+1) \circ (a \circ a)$ 的 a 值為_____。(答案有 2 個，全對才給分)
2. 已知 $x < 2$ ，且 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - \sqrt{18 - 12x + 2x^2} = -4$ ，則 $x =$ _____。
3. 若 $2022 \times 2024 \times 2026 \times 2028 + k$ 為完全平方數，其中 k 為正整數，則符合條件的最小正整數 k 值為_____。
4. 第 1 個算式： $1 + 2 = 3$
第 2 個算式： $4 + 5 + 6 = 7 + 8$
第 3 個算式： $9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$
查仁依此規律寫下去，則第 25 個算式的等號右側整數之總和為_____。
5. 志翰、旨聖、淳義三人同解 25 題數學競賽題，結果三人解出的題數依序為 17、16、15 題，而且每題都有人解出來。若將只有一人解出來的題目叫做「困難題」、只有兩人解出來的題目叫做「中等題」、三人都解出來的題目叫做「容易題」，則「困難題」比「容易題」多_____題。

【背面尚有試題】

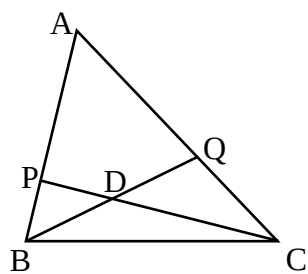
6. 計算 $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \cdots + \sqrt{1 + \frac{1}{99^2} + \frac{1}{100^2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知 a 、 b 為正數， $\sqrt{(a+b)^2 + b^2}$ 可以視為兩股長分別為 $a+b$ 、 b 的直角三角形斜邊，若 $\sqrt{b^2 + (2a+b)^2}$ 、 $\sqrt{5a}$ 、 $\sqrt{(a+b)^2 + b^2}$ 分別為一個三角形之三邊長，則這個三角形之面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(以 a 、 b 表示)

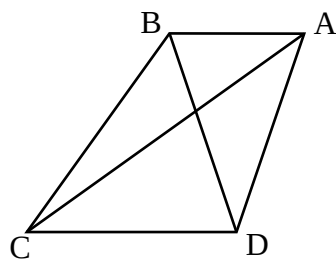
8. 如圖(三)， $\triangle ABC$ 被兩線段 $\overline{BQ}$ 、 $\overline{CP}$ 分割為 4 個部份，其中 $\triangle DBP$ 面積 = 3、 $\triangle DCQ$ 面積 = 7、 $\triangle DBC$ 面積 = 7，則四邊形 $APDQ$ 之面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 如圖(四)，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{DC} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ ，則對角線 $\overline{AC}$ 的長度 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

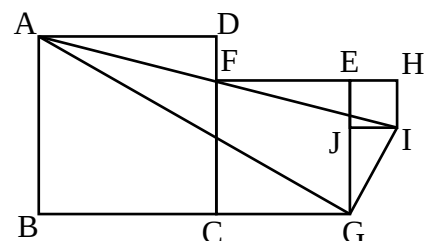
10. 如圖(五)，三個正方形 $ABCD$ 、 $CGEF$ 、 $EHIJ$ ， F 在線段 AI 上，已知正方形 $CGEF$ 的周長為 100 公分，則 $\triangle AGI$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方公分。



圖(三)



圖(四)



圖(五)

三、非選擇題 (每題 8 分，共 32 分) (請將完整推論過程寫在答案卷上，只有答案將不予計分。)

1. 有九個數字 4、8、16、32、64、128、256、512、1024。

(1) 若 $4 \times 8 \times 16 \times 32 \times 64 \times 128 \times 256 \times 512 \times 1024 = 2^k$ ，則 $k = ?$

(2) 將此九個數字分別填入下圖九個方格中，使得所有直行、橫列與對角線上的每三個數的乘積都相等，請問 $A = ?$ ， $C = ?$

	1024	
	A	C
128	B	

2. 右圖是阿基米德發明的「胃痛拼圖」，它是由十四塊幾何圖形所構成。

作法是將一張正方形紙片，且其各邊上有若干點為該邊之等分點，

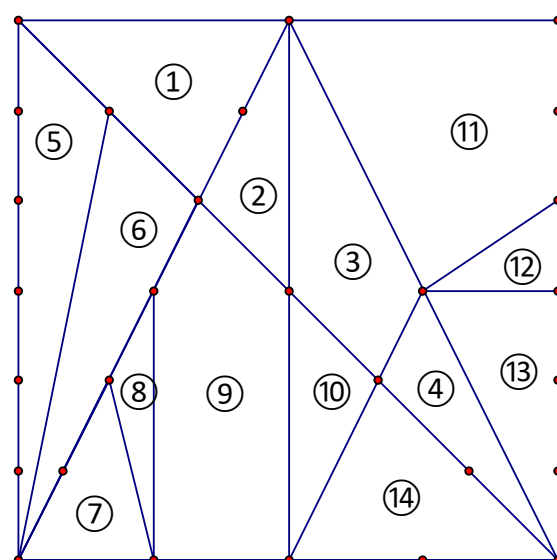
沿著圖形上的線段進行切割，就可以得到 14 塊紙片，將這 14 塊

紙片以不同拼法可以拼成正方形，拼法有非常多種，右圖表示其中一

種拼法。已知紙片①的面積為 8cm^2 ，請問：

(1) 紙片②、④、⑤的面積為多少 cm^2 ？

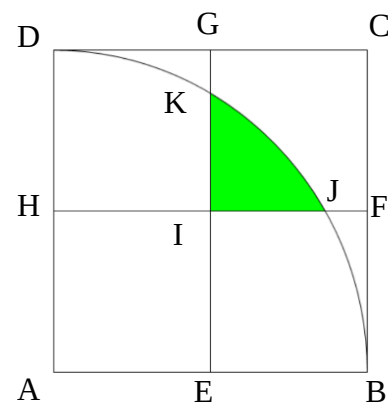
(2) 紙片⑨的面積為多少 cm^2 ？



3. 如圖，正方形 ABCD 的邊長為 10，E、F、G、H 為各邊中點，請回答下列問題：

(1) 連 $\overline{AK}$ 、 $\overline{AJ}$ ，則 $\angle KAJ = ?$

(2) 著色區域面積為何？



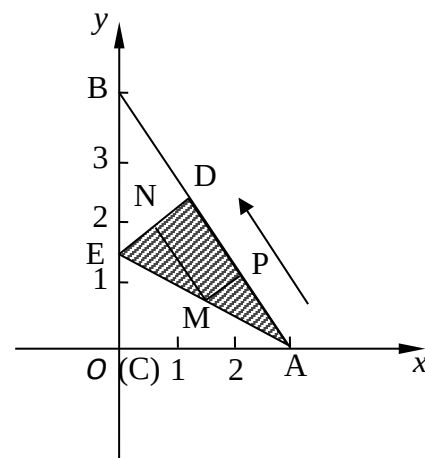
4. 如圖， $\triangle ABC$ 是一張放在直角坐標平面上的紙片，點 C 與原點 O 重合。已知 $\overline{OA} = 3$ 、 $\overline{OB} = 4$ ，高銀將紙片的直角部分翻折，使得 C 點與 $\overline{AB}$ 上的 D 點重合， $\overline{AE}$ 為折痕，E 點在 y 軸上。請回答下列問題：

(1) 請問 E 點坐標為何？

(2) $\overline{AD}$ 上有一動點 P (不與 A、D 重合)，自 A 點沿 $\overline{AD}$ 以每秒 1 個單位長的速度等速向 D 點前進。

若 P 點的前進時間為 t 秒 ($0 < t < 3$)，過 P 點作 $\overline{PM} \parallel \overline{DE}$ 交 $\overline{AE}$ 於 M 點，過 M 點作 $\overline{MN} \parallel \overline{AD}$ 交 $\overline{DE}$ 於 N 點，則四邊形 PMND 的面積為何？(以 t 的關係式表示)

(3) 承第(2)題，當 t 為何值 ($0 < t < 3$) 時，則 A、D、M 三點形成一個等腰三角形？(t 值有兩個答案)。



【試題結束】